第四届“卿云杯”全国通识课程论文大赛

学校	浙江财经大学	院系	数据科学学院
专业	经济统计学	姓名	王可扬
年级	大三	任课教师	孟泽红
课程名称	数学思想与科技进步		
论文题目	数学与哲学的交汇：探索抽象世界之边界		

数学与哲学的交汇：探索抽象世界之边界

【摘要】

数学和哲学作为两个重要的学科，通过逻辑推理和抽象概念的运用，揭示了世界的规律和本质，论文尝试探讨数学与哲学之间的关系，以及它们在人类思维和认知能力发展中的重要影响，创新性地结合数学和哲学对抽象世界认识之“边界”进行定义。同时，例证了数学问题的哲学解决法以及哲学问题的数学解决法，提到了应用道家思想解决序列问题以及应用概率论探究“存在与本质”之哲学的一系列首创性方法。进而将问题拓展到抽象领域，探讨了数学和哲学对抽象世界边界的定义，包括数学的结构复杂性和公理系统基础，以及哲学的知识局限性和理论观点的多样性。虽然统一化定义抽象世界的边界是一项困难的任务，但可以将抽象世界理解为超越具体经验和物质实在的领域，由人类的理性和感性边界共同决定。数学和哲学共同推动了人类对世界和自身的探索与理解。它们不仅相互关联而且相互促进，在未来的发展中将继续发挥重要作用，推动我们的认知能力和思维水平不断提升。

【关键词】

数学；哲学；抽象边界；学科融合

一、 引言

（一）研究背景和意义

数学和哲学作为两个重要的学科，对于人类的思维和认知能力发展具有深远的影响。数学作为一门严谨的学科，以逻辑推理和抽象概念为基础，研究数量、结构、变化和空间等方面的规律。而哲学则涉及到人类思考的根本问题，包括存在、知识、伦理等方面的思考。通过研究数学和哲学之间的关系，可以揭示它们的相互联系和作用，进一步推动人类思维的发展。

（二）研究目的和方法

本研究旨在探讨数学与哲学之间的关系，并深入分析它们在起源、方法论和对人类思维的影响等方面的联系。具体的研究目的包括：探索数学和哲学的起源和发展历

程；比较数学和哲学的方法论；分析数学和哲学在抽象世界中的探索和表达方式；探讨数学和哲学对人类思维和认知能力的影响，并在教育领域中的应用。

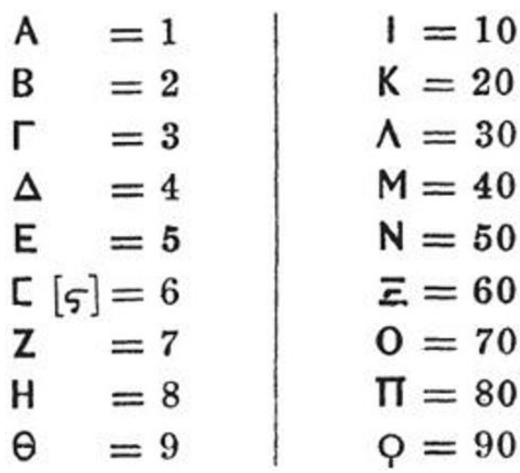
研究方法主要包括文献资料的收集与分析，比较研究以及逻辑推理等。通过综合运用这些方法，可以全面深入地探讨数学与哲学的关系，揭示它们对人类思维的意义和影响。

二、数学与哲学的起源

（一）古希腊时期的数学和哲学

古希腊时期是数学和哲学发展的重要时期，许多重要的思想家和数学家在这个时期出现。在古希腊，数学被视为一种哲学活动，与自然哲学和形而上学密切相关。古希腊数学家开始研究几何、算术、音乐等领域，并试图通过推理和证明来揭示自然界的规律。

同时，古希腊的哲学也在探索人类思维的本质和宇宙的起源。以柏拉图和亚里士多德为代表的哲学家们提出了形而上学的思考，涉及到实在、存在、知识等问题。他们试图通过哲学的推理来理解人类存在的本质和宇宙的真实面貌。



Α = 1	Ι = 10
Β = 2	Κ = 20
Γ = 3	Λ = 30
Δ = 4	Μ = 40
Ε = 5	Ν = 50
Ϲ [ς] = 6	Ξ = 60
Ζ = 7	Ο = 70
Η = 8	Π = 80
Θ = 9	Ϙ = 90

图 1 古希腊数字运算

（二）数学与哲学的交叉点：毕达哥拉斯学派

1.万物皆数

毕达哥拉斯学派是古希腊时期数学和哲学交叉最为显著的一个阶段。该学派由毕达哥拉斯和他的学生们组成，他们将数学与哲学结合在一起，共同探讨宇宙的本质和数学的基本原理。

毕达哥拉斯学派提出了一系列重要的数学思想，如数的概念、比例论和几何学。他们认为世界是由数字和比例构成的，这种观念被称为数学唯物主义或数字本体论。同时，他们也将哲学的思考引入数学中，强调数学的抽象和形式化。这种将数学和哲学结合起来的方法在古希腊时期产生了深远的影响，并对后来数学和哲学的发展产生了重要的影响。

2.第一次数学危机

毕达哥拉斯学派有一个非常著名的定理，叫做毕达哥拉斯定理。这个定理我们都知道，讲的是直角三角形两直角边上正方形面积的和等于斜边上正方形的面积。此定理很早已被发现。古埃及人在 4500 年前建造金字塔和测量尼罗河泛滥后的土地时，就广泛地使用了这个定理。我国古代称直角三角形的直角边为勾和股，斜边为弦，因此此定理在我国又被称为勾股定理。《周髀算经》也有记载，相传是在商代由商高发现此定理，故又称之为商高定理。

然而，毕达哥拉斯的弟子希伯索斯，某天却指出“万物皆数”和毕达哥拉斯定理是矛盾的。他发现当等腰直角三角形的两条直角边长度为 1 时，斜边的长度不是一个有理数，这违背了毕达哥拉斯学派的信条“万物皆数”。具体证明过程如下：

等腰直角三角形的两条直角边长度为 1 时，斜边的长度为

$$c^2 = a^2 + b^2 \quad (2.1)$$

其中，c表示斜边的长度，a和b分别表示两条直角边的长度。当$a = b = 1$ 时，我们可以得到

$$c\text{^}2 = 1\text{^}2 + 1\text{^}2 \quad (2.2)$$

假设斜边长度根号 2 是一个可通约的数，那么可以表示为m/n的最简分数形式，其中m和n是互质的整数，则有

$$\sqrt{2} = m/n \quad (2.3)$$

对其两边平方可得

$$2 = m\text{^}2/n\text{^}2 \quad (2.4)$$

移项化简，得到

$$m\text{^}2 = 2n\text{^}2 \quad (2.5)$$

因此，m 的平方是 2 的倍数，即存在一个整数 k 使得 m=2k。代入原式得到

$$(2k)\text{^}2 = 2n\text{^}2 \quad (2.6)$$

化简后得到

$$4k^2 = 2n^2 \tag{2.7}$$

即

$$2k^2 = n^2 \tag{2.8}$$

这说明n的平方也是 2 的倍数，因此n本身也是 2 的倍数。但由于m和n是互质的，它们不能同时为 2 的倍数，产生矛盾。因此，根号 2 不是一个可通约的数，即无法表示成两个整数的比，也不能化简为一个分数。

这个发现击碎了毕达哥拉斯学派“万物皆数”的美梦，引发了第一次数学危机，造成了社会动乱。但同时这场危机也暴露出有理数系的缺陷，为无理数的引入打下基础。**从哲学意义上看，万物皆数美梦的破灭使人类意识到了现实世界的复杂性和通过简单的数学简化和抽象来认识现实世界的局限性。人类认识的发展，很大程度上即是在这种数学与哲学相互作用的层面上进行的。**

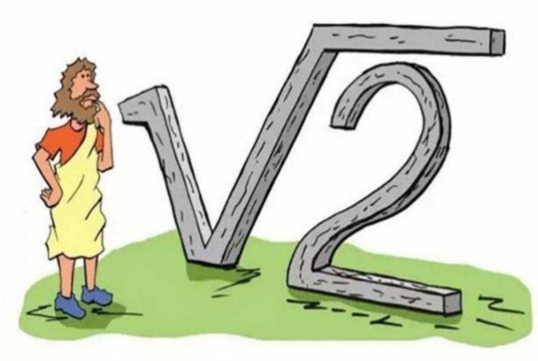


图 2 第一次数学危机漫画图

三、数学与哲学对比

（一）数学的逻辑基础

数学作为一门严谨的学科，它建立在严格的逻辑基础之上。数学的逻辑基础主要包括命题逻辑、谓词逻辑和集合论等。这些逻辑原理使得数学能够进行精确的推理和证明，确保了数学结论的准确性和可靠性。

数学的逻辑基础允许我们从已知的数学定理和前提出发，运用逻辑规则进行演绎推理。通过构建严密的证明，我们可以得出新的数学结论。数学的逻辑基础还涉及到数学语言的形式化，确保数学的表达和符号系统的一致性和无歧义性。

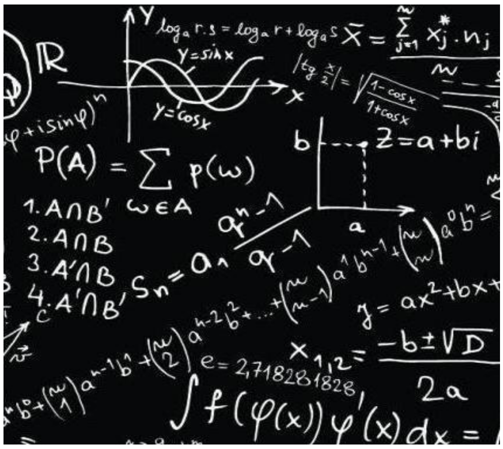


图 3 数学符号体系示意图

（二）哲学的推理体系

哲学作为一门思考人类思维和存在的学科，也依赖于推理和逻辑。在哲学中，推理是一种重要的思维方式，用于从前提中推导出合理的结论。哲学推理可以基于形式逻辑、经验观察或直觉等不同的方法。

不同的哲学流派可能采用不同的推理体系，如演绎推理、归纳推理、概念分析等。哲学的推理体系不仅包含逻辑规则，还会涉及到价值观念、经验观察和思辨等元素。哲学推理旨在探索人类思维、道德伦理、存在意义等更加抽象和复杂的问题。

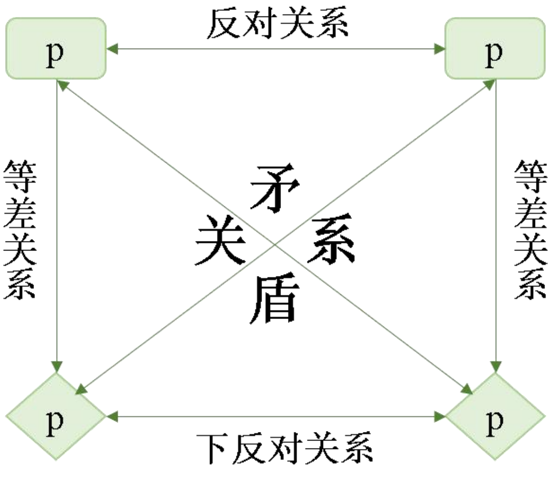


图 4 哲学演绎推理示意图

（三）数学与哲学的异同

通过以上探究我们不难发现，数学和哲学都依赖于推理和逻辑，它们有一些共同的特点和相互关系，同时也存在一些区别。

共同点主要有以下几个方面。

推理和逻辑：数学和哲学都基于推理和逻辑进行思考和论证，它们都依赖于严密的逻辑规则来建立和验证结论。

抽象性：数学和哲学都涉及到抽象思维和概念的研究。数学通过抽象出数学对象和结构来揭示数学规律，而哲学通过抽象思维来探索人类思维和存在的本质。

精确性：数学和哲学都追求精确的表达和准确的推理。数学以其形式化的推理过程和严格的证明而闻名，而哲学也需要经过合理的推理和论证来得出结论。

区别主要有以下几个方面。

对象与领域：数学关注于数量、结构、变化等方面的规律，它是一门具体而精细的科学。哲学更广泛地探讨人类思维、存在、道德、伦理等更加综合和抽象的问题。

方法论：数学更注重形式化和严密的证明，它使用符号和符号系统来进行推理和表达。哲学则涉及到多种推理方法和论证方式，不仅限于形式逻辑，也包括思辨和经验观察等方法。

定义与目的：数学以推导定理和解决问题为目的，它追求普适性和普遍性的规律。哲学更侧重于思考和探索人类思维、宇宙的本质和价值等问题，它的目的是揭示深层次的真理和意义。

综上所述，数学和哲学在逻辑和推理方面有相似之处，但在对象、方法和目的上存在一定的区别。它们互为补充，共同推动了人类思维的发展。**数学通过严密的逻辑规则揭示数学规律，而哲学通过推理和思辨来探索人类思维和存在的本质。**

（四）数学问题的哲学解决

经过精心设计，以下例子可以体现哲学思想在解决数学问题的妙用：

假设有一个长度为n的序列$a[1...n]$，我们需要找到其中的最长不下降子序列（LIS）。

通常情况下，这个问题可以通过动态规划算法来解决。但是，我们也可以运用中国古代道家**"道生一，一生二，二生三，三生万物"**的哲学思想对它进行解释。

首先，我们可以将序列中的每个位置都视为宇宙中的一个物体，而这些物体会随着时间的推移而演化。根据"道生一，一生二，二生三，三生万物"的原则，我们可以认为每个物体（即位置）都是从前一个物体（位置）演化而来。

接下来，我们可以对序列中的位置进行分类。对于位置i，我们定义$f[i]$表示以位置i结尾的 LIS 的长度。那么，我们可以根据$f[i]$的值对位置i进行分类：

如果$f[i] = 1$，那么位置i就是一个独立的物体，它只能由前面的物体演化而来。因此，位置i的演化过程只涉及到前一个位置$i - 1$。

如果$f[i] = 2$，那么位置i就是由前面的两个物体演化而来。因此，位置i的演化过程涉及到前两个位置$i - 1$ 和$i - 2$。

如果$f[i] = 3$，那么位置i就是由前面的三个物体演化而来。因此，位置i的演化过程涉及到前三个位置$i - 1$、$i - 2$ 和$i - 3$。

以此类推，对于任意的$f[i] = k$，位置i的演化过程都会涉及到前面的k个位置 $i - 1$、$i - 2$、......、$i - k$。

因此，我们可以根据上述思想来设计一个算法，用于求解最长不下降子序列的长度。具体来说，对于每个位置i，我们可以遍历它之前的所有位置j（$j < i$），并查找其中$f[j] < f[i]$且$a[j] <= a[i]$的位置k，然后更新$f[i]$的值为$f[k] + 1$。这个过程中，我们需要记录f值的最大值，最终返回这个最大值即可。

总体的时间复杂度为$O(n^2)$，因为对于每个位置i，我们需要遍历它之前的所有位置j。不过，这个思想提供了一种更加自然而然的哲学解释方式，可以帮助我们更深入地理解 LIS 问题的本质。

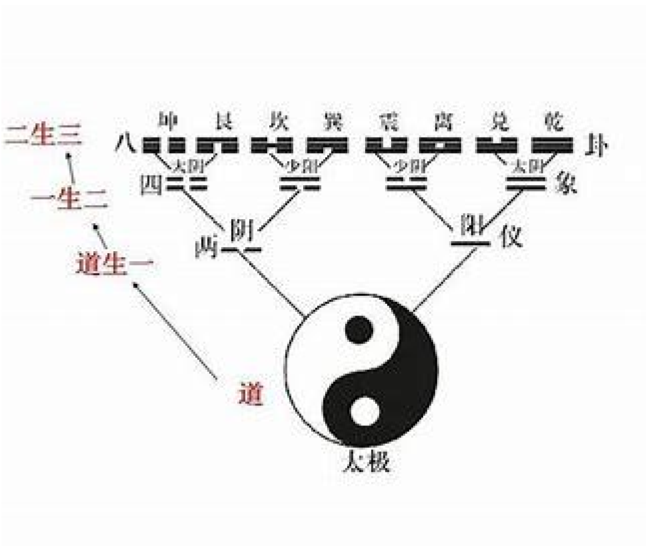


图 5“道生一”原理示意图

（五）哲学问题的数学解决

经过精心设计，以下例子可以体现数学思想在解决哲学问题的妙用：

克尔凯郭尔“存在与本质”哲学认为，人类的存在先于其本质，即人先存在于世界上，然后通过自己的选择和行动来决定自己的本质。

这个思想对于哲学、社会学和心理学等领域产生了广泛的影响。它挑战了传统的确定论观点，传统的本质主义认为人的本质是先定好的，而人的存在则是基于这个本质的。

有趣的是，我们可以尝试将克尔凯郭尔的存在主义哲学中的**"存在与本质"问题转化为概率论问题**，我们可以用期望值（expected value）来表示人类存在的意义和目的。

首先，我们需要定义一个事件集合，这个事件集合包括了所有可能性，即人类可能面临的各种情况和选择。我们可以将这个事件集合表示为S。

接着，我们定义一个随机变量X，它描述了每个事件的某个性质或结果。这个随机变量可以是任何能够用数值来表示的特征，比如幸福感、自由度、尊严等。X的取值范围可以是实数集合R。

假设每个事件发生的概率是$p(X)$，我们可以计算出随机变量X的期望值$E(X)$，公式为：

$$E(X) = \Sigma p(X) * X \qquad 3.1$$

其中，Σ代表求和符号，$p(X)$是随机变量X的概率密度函数，X是随机变量的取值。这个公式表示了所有可能性的加权平均值，即我们期望随机变量X的取值平均而言是多少。

在这个问题中，我们可以将随机变量X定义为人类存在的意义和目的。每个事件的随机性来源于人类的自由意志和环境的不确定性。人类可能选择不同的生活方式，面临不同的困境和机遇。我们可以根据不同的哲学观点和价值观来定义随机变量X的取值范围。

例如，如果我们认为人类的存在是为了追求幸福感，那么我们可以将随机变量X定义为幸福感的程度，它的取值范围是实数集合R。然后，我们可以通过统计数据和调查问卷等方法，估算出每个事件发生的概率$p(X)$，并代入期望值公式计算$E(X)$。这样，我们就可以用数学方法来探讨克尔凯郭尔的存在主义哲学中的"存在与本质"问题。

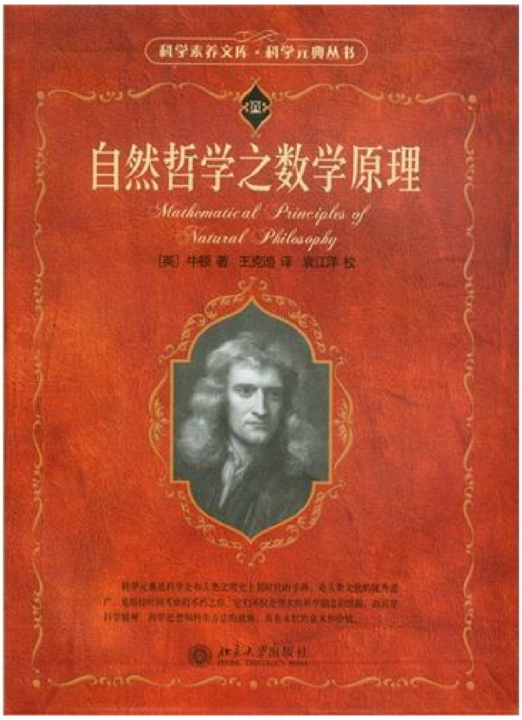


图 6 自然哲学之数学原理

四、抽象世界的探索与表达

（一）数学构建的抽象世界

数学是一门高度抽象的学科，通过符号及结构描述和研究各种数学对象和规律，构建了一个充满无限可能性的抽象世界，可以自由构建和变形，超越常规思维的空间。数学家通过定义和运算符号，创造了一套严密的逻辑体系，并将这些对象联系起来。数学的概念和定理清晰稳定，具有自洽性和普遍性，可广泛应用于各个领域。同时，数学家不断推进数学的发展，探索新的结构和规律，深入理解抽象世界。

（二）哲学构建的抽象世界

哲学构建的抽象世界则从不同的视角和层面来思考人类存在和意义。它超越了具体的实在和经验，关注更为普遍和深刻的问题。哲学的抽象世界是一个思维的舞台，用于探讨生命、意识、自由、道德等抽象概念。

在哲学的抽象世界中，可以尝试回答一些基本而深刻的问题，例如：人的自我意识是如何产生的？自由意志和决定论之间存在着怎样的关系？美和艺术的价值如何被

理解和评判？这些问题往往无法通过实证科学的方法得到直接答案，而是需要通过思辨和逻辑推理来进行探究。

哲学的抽象世界也是一种思考人类存在和社会现象的框架。伦理学、政治哲学、形而上学等分支研究着人类行为、社会秩序和真理的本质。通过提出假设和思考极端情况，哲学帮助我们认识到现实世界中复杂问题的多样性和深度。

（三）数学与哲学在抽象世界探索中的应用

实际上，数学和哲学在抽象世界中都发挥着重要的作用，它们互相启发和影响。

数学的抽象概念和符号系统为其他学科提供了强有力的工具和语言。在物理学、工程学、计算机科学等领域，数学的抽象方法被广泛应用，帮助我们理解自然现象、解决实际问题，并推动科学技术的发展。

哲学的抽象思考和表达则涉及到人类思维、存在、道德、伦理等更加综合和抽象的问题。哲学的思辨和辩证方法对于科学研究、伦理道德的思考以及社会政策的制定都具有重要意义。

数学和哲学在抽象世界中的共同目标是揭示事物的本质和普遍性规律。通过抽象思维、逻辑推理和符号表达，它们为我们理解世界、解决问题提供了有效的工具和方法。同时，数学和哲学也相互交叉和影响，互为补充，共同推动人类对抽象世界的探索和理解。

（四）创新性定义抽象世界的边界

数学和哲学的发展极大推动了人们对抽象世界的探索，然而值得我们思考的一点是：**通过二者能够探索到的抽象世界，其最大限度如何，或者说，其"边界"在何处？**尽管学界还未有学者对这个问题做出相关研究，我们尝试在本文中**结合两者的学科特点，创新性地对其进行统一化定义。**

1.数学的抽象边界

在数学的抽象世界中，边界可以被理解为我们能够探索和描述的数字范围或限制。数学的边界可能涉及到以下几个方面。

结构的复杂性：数学中存在着各种各样的结构，如数、集合、函数、图形等。探索这些结构的复杂性和特性是数学家们的重要任务之一。例如，在群论中，研究不同群的性质和关系，包括群的阶、子群、同态等概念，以及它们之间的相互作用。

公理系统的基础：数学的抽象世界建立在公理系统之上，公理是一组被接受为真实的命题或规则。公理系统的边界在于确定何种公理是需要接受的，并且如何从这些

公理出发进行推导和证明。例如，欧几里德几何的公理系统基于五条欧几里德公理，而非欧几里德几何则基于其他公理。

2.哲学的抽象边界

在哲学的抽象世界中，边界则涉及到人类认识和思维的局限性。哲学的边界可以从以下几个层面来考虑。

知识的局限性：人类的认知和知识是有限的，我们无法完全理解和掌握世界的一切。因此，哲学中的边界在于我们对于真理和现实的认知的局限性。例如，哲学家们常常思考人类对于道德规范和价值观的认识是否具有普遍性和绝对性。

理论和观点的多样性：哲学是一个开放的领域，不同的哲学家有着不同的理论和观点。哲学的边界在于我们对于各种理论和观点的尊重和包容，以及如何从中进行选择和判断。

3.抽象边界的统一化定义

统一数学和哲学层面的抽象世界的定义是一项复杂而困难的任务。然而，我们可以尝试给出一个简化的定义：抽象世界是一个超越具体经验和物质实在的领域，其中存在着无限多种可能性的对象、概念和规律。数学和哲学都以不同的方式探索和描述这个抽象世界，**抽象世界的认知边界由人类的理性和感性边界共同决定。**

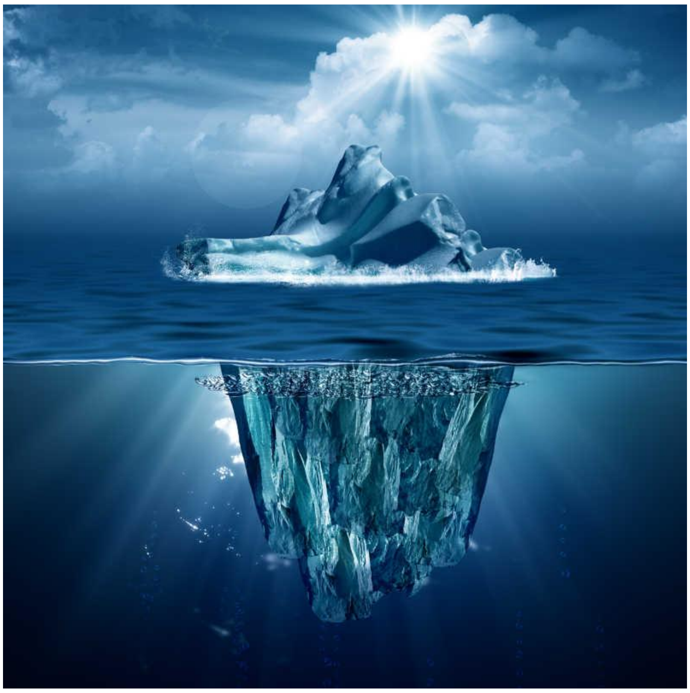


图 7 认知边界的类冰山理论

五、数学与哲学对人类思维的影响

（一）数学的逻辑思维训练

数学训练了我们的逻辑思维能力。数学是一门严谨的学科，它要求清晰的逻辑推理和准确的推导。通过学习数学，我们可以培养分析问题、抽象问题、归纳总结、逻辑推理等思维能力。这些思维能力不仅在解决数学问题时有用，也可以应用到其他领域，如科学、工程、经济等。

（二）哲学的思辨能力培养

哲学培养了我们的思辨能力。哲学关注问题的本质和深层次意义，通过思辨和探索，培养了我们的批判性思维和逻辑推理能力。哲学教会我们质疑传统观念、提出假设、寻找证据、进行思辨辩证，并最终形成独立而系统的思想。这种思辨能力对于解决复杂问题、权衡利弊、做出决策等都至关重要。

（三）数学与哲学在教育中的融合与应用

数学和哲学在教育中可以相互融合，并产生协同效应。

在数学教育中，可以通过引入哲学思维和问题，培养学生对数学的好奇心和思辨能力。例如，在解决数学问题时，鼓励学生提出自己的思考和假设，并通过逻辑推理来验证和证明。这样的教学方法可以激发学生的自主学习能力和创造性思维。

而在哲学教育中，可以利用数学的抽象概念和符号系统来帮助学生理解哲学思想和推理过程。数学的严谨性和逻辑性可以为哲学的思辨提供更具体的支持和表达方式。同时，通过学习数学，学生也能更好地理解和应用哲学中的概念和方法。

六、结论

（一）数学与哲学的奇妙交织

数学和哲学是两门独立但又密切相关的学科，它们在抽象思维和逻辑推理方面有许多共同之处，并相互促进、相互影响。数学通过抽象概念和符号系统培养了我们的逻辑思维能力，而哲学则通过思辨和探索培养了我们的批判性思维能力。两者共同推动了人类对世界和自身的探索与理解。

（二）数学与哲学的发展趋势展望

数学和哲学作为不断发展的学科，将继续在人类思维和知识体系中发挥重要作用。未来，随着人工智能、量子计算等技术的进步，数学和哲学的研究将面临新的挑战和机遇。数学和哲学将与其他学科紧密结合，共同推动科学技术的发展，解决现实世界中的复杂问题，并探索人类思维和存在的更深层次。

参考文献

[1]沈中宇.数学与哲学之间——读叔本华的《人生的智慧》[J].教育研究与评论,2023(09):115-118.

[2]尚杰.结构体系哲学的非理性起源——从直觉主义数学或“语言的他者”出发[J].社会科学战线,2023(03):57-69.

[3]莱昂・霍斯顿,张莉.数学哲学[J].现代外国哲学,2022(02):77-113.

[4]胡吉振,康佳洁,李永桃等.中国传统数学的“半抽象性”产生的哲学根源及对数学教育的启示[J].中学数学研究(华南师范大学版),2022(22):14-17.

[5]林诣钧.学不分科——数学、自然科学与哲学[J].知识文库,2022(20):187-189.

[6]马灿林.抽象与马克思哲学的三个面向[J].马克思主义哲学研究,2022(01):60-68.

[7]冯山山,侯代忠.数学的抽象性对学生学习数学的影响[J].南宁师范大学学报(自然科学版),2023,40(03):194-198.

[8]韩振江,吕惠.略论巴迪欧事件哲学的数学本体论[J].当代国外马克思主义评论,2021(02):249-270.

[9]胡吉振,潘家乐,金璐瑶等.数学教育应该加强数学与哲学的联系[J].中学数学研究(华南师范大学版),2022(12):10-14.

[10]方伟.数学哲学:支撑起数学学科核心素养内涵的理解[J].数学教学通讯,2022(03):48-49.